

Calculer la juste valeur du report du CGB (ou des CGZ, CGF et LGB)

Les investisseurs nous demandent régulièrement comment la juste valeur du report d'un contrat actif à un nouveau contrat se calcule pour différents contrats sur titres à revenu fixe à livraison physique inscrits à la Bourse de Montréal. Nous expliquons ici pourquoi le calcul complet est extraordinairement complexe, mais nous montrons que, pour la plupart des investisseurs, un calcul simplifié de la juste valeur, sans option, est probablement suffisant.

Définitions et théorie

Même si des calculs quelque peu difficiles figurent plus loin dans le présent document, notre définition initiale reste simple.

La juste valeur de tout report de contrat se définit ainsi :

$$JV_{\text{rep}} = JV_{\text{rapp}} - JV_{\text{éloi}} \quad (1)$$

Où :

- JV_{rep} est la juste valeur du coût de la vente du contrat d'échéance rapprochée (actif) et de l'achat du contrat d'échéance éloignée (dont la date d'échéance est plus lointaine).
- JV_{rapp} est la juste valeur du contrat actif dont la date d'expiration est plus rapprochée.
- $JV_{\text{éloi}}$ est la juste valeur du contrat dont la date d'expiration est plus éloignée.

Le calcul de la juste valeur de la différence de prix entre deux contrats, suivant cette méthode, nécessite de calculer la juste valeur de chacun des deux contrats pour obtenir, simplement, la différence entre les prix.

Les lecteurs se rappelleront peut-être que la combinaison de la vente d'un contrat à terme à livraison physique et de l'achat de l'obligation la moins chère à livrer (MCL) crée un arbitrage quant à la date de livraison optimale du contrat. Ainsi, la juste valeur, ou la valeur sans arbitrage, d'un contrat à terme est :

$$JV_{\text{contrat}} = \frac{O_0}{FC} - \text{Portage} + JV_{\text{options}} \quad (2)$$

Où :

- JV_{contrat} est la juste valeur du contrat de sorte que la règle du prix unique garantit qu'aucun arbitrage sans risque ne peut se produire entre l'obligation la moins chère à livrer et le contrat à terme.
- O_0 est le prix au comptant (observé) de l'obligation la moins chère à livrer.
- FC est le facteur de conversion de l'obligation la moins chère à livrer pour ce contrat précis.
- Portage est le coût de portage entre la date de règlement et la date de livraison optimale pour le contrat à terme.
- JV_{options} est la valeur calculée de toutes les options intégrées dans le contrat à terme, exprimée en cents par contrat.

Comme nous l'avons mentionné en introduction, dans le cas des contrats à terme à livraison physique sur titres à revenu fixe canadiens, les investisseurs peuvent habituellement, sans risque, ne pas tenir compte des options intégrées au moment de calculer la juste valeur du report. Nous expliquerons en détail ci-dessous le raisonnement qui sous-tend cet argument, mais pour l'instant, nous exprimerons cette simplification en éliminant l'élément JV_{options} de l'équation ci-dessus et en la ramenant à ceci :

$$JV_{\text{contrat}} = \frac{O_0}{FC} - \text{Portage (3)}$$

Où :

- JV_{contrat} est la juste valeur du contrat où la règle du prix unique garantit qu'aucun arbitrage sans risque ne peut se produire entre l'obligation la moins chère à livrer et le contrat à terme.
- O_0 est le prix au comptant (observé) de l'obligation la moins chère à livrer.
- Portage est le coût de portage entre la date de règlement et la date de livraison optimale pour le contrat à terme.

Enfin, le coût de portage pour l'opération d'arbitrage de la vente du contrat à terme et de l'achat de l'obligation la moins chère à livrer est le revenu du coupon sur l'obligation moins les coûts de financement ou :

$$\text{Portage} = \frac{\left(C + Cr \frac{J_2}{365} \right) - \left(O_0 + IC_0 \right) r \frac{J_1}{365}}{FC} \quad (4)$$

Où :

- C est tout coupon (souvent zéro) reçu entre les dates de règlement et de la livraison optimale.
- r est un rendement simple observable sans risque jusqu'à la date de livraison optimale du contrat.
- J_2 est le nombre de jours¹ entre la date de réception d'un coupon dans la période intermédiaire et la date de livraison.
- O_0 est le prix au comptant (observé) de l'obligation la moins chère à livrer.
- IC_0 est l'intérêt couru à la date de règlement.
- J_1 est le nombre de jours entre la date de règlement et la date de livraison optimale.
- FC est le facteur de conversion de l'obligation la moins chère à livrer pour ce contrat précis.

En d'autres termes, le calcul ci-dessus permet d'établir le coût d'emprunt pour acheter l'obligation moins tout coupon reçu (et le rendement minime du réinvestissement de ce coupon) entre la date d'établissement de la position et la date à laquelle la livraison est faite pour mettre fin à l'arbitrage.

¹ La convention de calcul canadienne qui correspond au nombre de jours divisé par 365 est utilisée ici. Ce nombre doit être rajusté de façon appropriée si cette méthode est utilisée pour des contrats non canadiens.

Si l'on met ensemble les équations 3 et 4, on obtient une équation fermée qui donne la juste valeur sans arbitrage du contrat à terme compte tenu du niveau actuel des rendements à court terme, du coupon et du prix de l'obligation la moins chère à livrer et du facteur de conversion pour cette obligation précise, toutes des quantités connues².

$$JV_{\text{contrat}} = \frac{O_0 + IC_0 - IC_2 - C - Cr \frac{J_2}{365} + (O_0 + IC_0) r \frac{J_1}{365}}{FC} \quad (5)$$

Où :

- O_0 est le prix au comptant (observé) de l'obligation la moins chère à livrer.
- IC_0 est l'intérêt couru à la date de règlement.
- IC_2 est l'intérêt couru à la date de livraison.
- C est tout coupon (souvent zéro) reçu entre les dates de règlement et de la livraison optimale.
- r est un rendement simple observable sans risque jusqu'à la date de livraison optimale du contrat.
- J_2 est le nombre de jours³ entre la date de réception d'un coupon dans la période intermédiaire et la date de livraison.
- J_1 est le nombre de jours entre la date de règlement et la date de livraison optimale.
- FC est le facteur de conversion de l'obligation la moins chère à livrer pour ce contrat précis.

Exemple d'étude de cas : obligation du Canada (CGB) avant le report de novembre 2024

Pour illustrer l'emploi des équations 1 et 5 ci-dessus, voici une étude de cas sur la façon dont un investisseur pourrait calculer la juste valeur du report du CGB (10 ans), le 25 novembre 2024, entre les contrats de décembre 2024 et de mars 2025.

Pour établir la juste valeur du contrat de décembre, CGBZ24, dont l'obligation du Canada à 2,5 % échéant en décembre 2032 est presque certainement la moins chère à livrer, les données d'entrée étape par étape sont calculées à la figure 1. Dans la figure, nous avons établi les correspondances des données de l'équation 5 en gras dans la colonne la plus à droite.

Le facteur de conversion pour la livraison de cette obligation dans le contrat est de 0,7802, il y avait 1,21918 \$ d'intérêts courus à la date de règlement du 26 novembre, 0,00685 \$ d'intérêts courus à la date de livraison prévue du 2 décembre et un coupon de 1,25 \$ au 1^{er} décembre. À partir du marché des swaps sur indice de taux à un jour ou des prix des contrats à terme de trois mois sur le taux CORRA (CRA) à la Bourse de Montréal, nous avons calculé que le taux sans risque entre la date de règlement et la date de livraison était de 3,64 %.

À l'aide de l'équation 5 ci-dessus, la juste valeur, JV_{contrat} du contrat CGBZ24 à cette date s'établit à 121,07 \$, soit deux cents de plus que le prix de clôture réel de 121,05 \$ à cette date. La différence de deux cents tient compte de la valeur de toutes les options intégrées, que nous avons écartées de notre calcul. Dans ce cas, la différence représente la valeur de l'option d'atout, car la valeur de toutes les autres options est fonctionnellement nulle. Les options de valeur diminuent le prix du contrat à terme, car le détenteur de la position vendeur « possède » les options.

² Il existe une possibilité extrêmement rare que l'obligation MCL change ou soit susceptible de changer, ce qui pourrait modifier les données des équations 2 à 5.

³ Encore une fois, la convention de calcul canadienne qui correspond au nombre de jours divisé par 365 est utilisée.

FIGURE 1**Caractéristiques de négociation**

Contrat	CGBZ24
Date de l'opération	25-Nov-24
Date de règlement	26-Nov-24
Date de livraison	02-Dec-24

Données de l'obligation MCL

Coupon de l'obl. MCL	2,50 %	
Échéance de l'obl. MCL	01-Dec-32	
Facteur de conversion MCL	0,7802	FC
Cours MCL 25 nov. 2024	94,441	O_0
Intérêt couru MCL 26 nov. 2024	1,21918	IC_0
Intérêt couru MCL 2 déc. 2024	0,00685	IC_2

Données du coupon intermédiaire

Coupon intermédiaire	1,2500	C
Date du coupon intermédiaire	01-Dec-24	
Taux sans risque – livraison	3,64 %	

Nombre de jours

Du règlement à la livraison	6	J_1
Coupon à la livraison	1	J_2

Juste valeur – sortie

Juste valeur CGBZ24 (sans options)	121,07	JV_{contrat}
------------------------------------	--------	-----------------------

Clôture historique

Cours de clôture réel	121,05
-----------------------	--------

Source : Base de données sur les titres à revenu fixe Sapphire de BMO Marchés des capitauxⁱ, Bourse de Montréal.

Après avoir calculé la juste valeur du contrat de décembre, nous pouvons faire de même pour le contrat de mars, ce que nous avons fait ci-dessous à la figure 2⁴. La juste valeur de ce contrat est de 121,56 \$, soit deux cents de plus que la valeur de clôture observée, un résultat qui tient compte encore une fois de la valeur des options intégrées.

FIGURE 2**Caractéristiques de négociation**

Contrat	CGBH25
Date de l'opération	25-Nov-24
Date de règlement	26-Nov-24
Date de livraison	03-Mar-25

⁴ Il faut noter que, comme l'obligation du Canada à 2,50 % échéant en décembre 2032 a été retirée du panier de livraison pour le contrat CGBH25, l'obligation la moins chère à livrer devient l'obligation du Canada à 2,75 % échéant en juin 2033.

Données de l'obligation MCL

Coupon de l'obl. MCL	2,75 %	
Échéance de l'obl. MCL	01-Jun-33	
Facteur de conversion MCL (FC)	0,7909	FC
Cours MCL 25 nov. 2024 (O_0)	95,983	O_0
Intérêt couru MCL 26 nov. 2024 (IC_0)	1,34110	IC_0
Intérêt couru MCL 3 mars 2025 (IC_2)	0,69315	IC_2

Données du coupon intermédiaire

Coupon intermédiaire (C)	1,3750	C
Date du coupon intermédiaire	01-Dec-24	
Taux sans risque – livraison (r)	3,47 %	

Nombre de jours

Du règlement à la livraison (J_1)	97	J_1
Coupon à la livraison (J_2)	92	J_2

Juste valeur – sortie

Juste valeur CGBH25 (sans options)	121,56	JV_{contrat}
------------------------------------	--------	-----------------------

Clôture historique

Cours de clôture réel	121,54
-----------------------	--------

Source : Base de données sur les titres à revenu fixe Sapphire de BMO Marchés des capitaux¹, Bourse de Montréal.

Enfin, nous soustrayons la juste valeur du contrat de mars, soit 121,56 \$, de la juste valeur du contrat de décembre, soit 121,07 \$, pour arriver à une juste valeur de -0,49 \$ pour le report entre mars et décembre (vente du contrat de décembre et achat du contrat de mars). Cette juste valeur est identique à la valeur observée du coût de report des contrats le 25 novembre.

FIGURE 3

Report JV Z24>H25	
-0,49	JVrep
Report réel Z24>H25	
-0,49	

Pourquoi ne pas tenir compte des options?

Si les options intégrées dans le CGB et les autres contrats entraînent un écart de deux cents par rapport à la juste valeur sans option, comme le montrent les figures 1 et 2, comment peut-on soutenir qu'il est raisonnable de ne pas tenir compte de la valeur des options pour les investisseurs qui souhaitent calculer la juste valeur d'un report entre contrats? Notre réponse repose dans la proposition selon laquelle, bien que les options intégrées dans certains contrats soient importantes, pendant la période de report, avant que la livraison ne soit possible sur les contrats, les options intégrées dans les contrats à échéance rapprochée et à échéance éloignée sont très semblables et ont des valeurs similaires – souvent, aucune valeur du tout! Ainsi, lorsque nous prenons la différence entre la juste valeur du contrat à échéance rapprochée et celle du contrat à échéance éloignée, les valeurs des options s'annulent, et nous arrivons à une juste valeur raisonnable, quoique pas tout à fait parfaite⁵, pour le report entre les deux contrats, comme c'est le cas à la figure 3.

Option relative au moment

L'option relative au moment, soit l'option qui consiste à effectuer la livraison à tout moment entre le premier et le dernier jour d'avis, a parfois de la valeur et est importante, mais elle est souvent « décidée » bien à l'avance. Les obligations les moins chères à livrer, qui ont un taux de coupon inférieur à celui du taux du financement à un jour, font que les détenteurs de positions vendeurs préfèrent livrer tôt (et vice versa), mais, si l'on exclut les baisses ou les hausses d'urgence des taux par les banques centrales, il y a rarement un trimestre où la valeur de l'option relative au moment n'est pas déjà bien connue avant le report vers un nouveau contrat. Dans la mesure où l'acheteur et le vendeur connaissent la date de livraison optimale à l'avance, notre méthode ci-dessus, compte tenu du choix de la date de livraison optimale, tient déjà compte de la valeur de l'option relative au moment. Ce n'est que dans des situations imprévues que notre juste valeur pour le report serait inexacte.

Option de livraison (substitution)

Comme nous l'avons déjà écrit à maintes reprises, en raison de la nature des contrats à terme à livraison physique au Canada, avec des facteurs de conversion fondés sur un coupon théorique de 6 % pour les contrats, un petit nombre d'obligations du panier de livraison et d'anciennes obligations émises à l'origine avec une échéance plus éloignée qui sont habituellement exclues, le risque de substitution au Canada est presque inexistant. À cause de cette si faible probabilité, l'option de livraison perd presque toute sa valeur pour les deux contrats visés par le report trimestriel.

Option d'atout

L'option d'atout a souvent de la valeur à la fois dans les contrats CGB (10 ans) et CGF (5 ans), mais jamais dans le contrat LGB, et pas assez dans le contrat CGZ pour s'en inquiéter (sans doute nulle). Cependant, pour les contrats CGF et CGB, en raison de la nature de l'option d'atout, qui ne commence pas à se déprécier avant le premier jour d'avis, l'option intégrée dans les deux contrats devrait avoir des valeurs très semblables, sauf dans les situations suivantes :

1. s'il y a une raison (rare) de s'attendre à ce que la volatilité soit beaucoup plus élevée ou plus faible dans trois mois qu'elle ne l'est actuellement;
2. s'il y a une très grande différence entre le coupon de l'obligation la moins chère à livrer dans le contrat actif par rapport à celle du contrat suivant.

⁵ Dans la plupart des cas, les valeurs des options se situent à l'intérieur d'une fraction d'un cent par contrat ou même, dans bien des cas, seront identiques à une valeur presque nulle.

Le premier de ces scénarios se produirait habituellement lorsque la volatilité est très élevée aujourd'hui, mais devrait être beaucoup plus faible dans le futur, comme une inversion typique de la surface de la volatilité en période de tensions économiques extrêmes. La seconde situation peut se produire, mais elle est au moins aussi rare, car les obligations émises à seulement six mois d'intervalle (pour le CGB, et encore moins pour les autres contrats comportant des options d'atout) n'ont pas des taux de coupon très différents même lorsque les taux sont volatils. La combinaison de ces facteurs signifie que nous observons habituellement des valeurs d'option d'atout semblables d'un contrat à l'autre.

Option liée à la fin du mois

Cette option intégrée dans les contrats à terme est si peu connue que la plupart des participants n'en tiennent pas du tout compte. Nous sommes d'accord, surtout dans le contexte abordé ici, puisque les deux contrats sous-tendraient un scénario tout aussi improbable à la fin du mois où les rendements passeraient la barrière des 6 %⁶ entre le dernier jour de négociation et le dernier jour d'avis, ce qui entraînerait une monétisation potentielle de l'option liée à la fin du mois. Nous n'avons jamais observé les conditions nécessaires pour monétiser cette option, ni non plus de monétisation réelle par un investisseur.

Résumé

Bien que des calculs plus complexes puissent être effectués pour tenir compte de la valeur précise, mais faible, des options intégrées dans les contrats à terme lors du calcul de la juste valeur du report entre contrats, la différence entre les calculs plus complexes et cette méthode plus facile est habituellement négligeable et souvent nulle. La méthode ci-dessus, si elle est préprogrammée, peut facilement être liée à un flux de cours des obligations au comptant et à la mesure du taux sans risque pour mettre à jour la juste valeur en temps réel sans décalage de calcul, contrairement à un calcul ou à une mise à jour importante des valeurs des options d'atout.

⁶ Cette option peut théoriquement avoir un peu de valeur lorsqu'une substitution d'une obligation MCL se produit entre l'opération finale du contrat et la livraison du contrat. Ceci implique des changements importants des taux d'intérêt ou de la pente de la courbe des taux.



Kevin Dribnenki écrit des articles sur les dérivés sur titres à revenu fixe et les possibilités qu'offrent les marchés canadiens. M. Dribnenki a géré pendant plus de dix ans des portefeuilles de titres à revenu fixe à valeur relative, d'abord à titre de gestionnaire de portefeuille pour le Régime de retraite des enseignantes et des enseignants de l'Ontario, puis pour la société BlueCrest Capital Management. Au cours de cette période, il a géré des portefeuilles d'obligations canadiennes sur le marché au comptant ainsi que des portefeuilles internationaux alpha à effet de levier. Il a aussi donné plusieurs conférences sur les titres à revenu fixe et les dérivés. Il est titulaire d'un baccalauréat en économie de l'Université de Victoria et d'un MBA de la Richard Ivey School of Business, et il est analyste financier agréé (CFA).

Pour plus d'information

irderivatives@tmx.com

m-x.ca/futures

i BMO Marchés des capitaux est un nom commercial utilisé par BMO Groupe financier pour les services bancaires en gros de la Banque de Montréal, de BMO Harris Bank N.A. (membre de la FDIC), de Bank of Montreal Ireland Plc et de Bank of Montreal (China) Co. Ltd., et pour les services de courtage auprès des clients institutionnels de BMO Capital Markets Corp. (membre de la SIPC) aux États-Unis, de BMO Nesbitt Burns Inc. (membre du Fonds canadien de protection des épargnants) au Canada et en Asie et de BMO Capital Markets Limited (autorisée et réglementée par la Financial Conduct Authority) en Europe et en Australie. « BMO Marché des capitaux » est une marque de commerce de la Banque de Montréal, utilisée avec la permission de celle-ci.

© Bourse de Montréal Inc., 2025. Tous droits réservés. Il est interdit de reproduire, de distribuer, de vendre ou de modifier le présent document sans le consentement préalable écrit de Bourse de Montréal Inc. Les renseignements qui figurent dans le présent document sont fournis à titre d'information seulement. Les points de vue, les opinions et les conseils contenus dans le présent document sont uniquement ceux de l'auteur. Ni Groupe TMX Limitée ni ses sociétés affiliées ne garantissent l'exhaustivité des renseignements qui figurent dans le présent document et ne sont responsables des erreurs ou des omissions que ceux-ci pourraient comporter ni de l'utilisation qui pourrait en être faite. Le présent document ne vise pas à offrir des conseils en placement, en comptabilité ou en fiscalité ni des conseils juridiques, financiers ou autres, et l'on ne doit pas s'en remettre à celui-ci à de telles fins. L'information présentée ne vise pas à encourager l'achat de titres inscrits à la Bourse de Montréal, à la Bourse de Toronto ou à la Bourse de croissance TSX. Le Groupe TMX et ses sociétés affiliées ne cautionnent ni ne recommandent les titres mentionnés dans le présent document. CRA, CGZ, CGF, CGB, LGB, Bourse de Montréal et MX sont des marques déposées de Bourse de Montréal Inc. TMX, le logo de TMX, Groupe TMX, Bourse de Toronto et Bourse de croissance TSX sont des marques de commerce de TSX Inc. et elles sont utilisées sous licence.